Linear and non-linear Modeling of Eye Muscles in Strabismus

Ameri H[1], Esteki A[2], Ameri A[3]

Abstract

Purpose: Many patients come afoul by the over correction or under correction of the eye muscles after strabismus surgery. This is related to the individual properties of anyone's distinct eye muscles. Therefore, it is necessary to have accurate information about the living soft tissues in simulations and the proper modeling of the human eye muscles. The aim of this study was to present a three element model which may contribute to more accurate surgery.

Methods: A three element model consisted of a spring in parallel with a Maxwell element which was composed of a dashpot and a spring in series. The response of the linear and nonlinear three element model was fitted to the obtained creep graphs.

Results: The results showed a good fitness in both the linear and non-linear models.

Conclusion: Since the living soft tissues generally exhibit nonlinear behavior, these results may indicate that the experiment have performed in linear range. One of the reasons of non-linear behavior of eye muscle may be related to pulley complex mechanism.

Keywords: Linear and non-linear modeling, Three element model, Strabismus

Received: 2016.11.18; Accepted: 2016.05.04

مدلسازی خطی و غیرخطی ماهیچه‌های چشم در بیماری استرابیسم

حامد عامری[۱]، علی استکی[۲]، احمد عامری[۳]

هدف: در جراحیهای اصلاح انحراف چشم، یکی از مشکلات اصلی که پس از عمل پیش می‌آید این است که چشم بیمار دچار اصلاح بیش از حد یا کمتر ازحد می‌شود که این امر مربوط به ویژگیهای خاص ماهیچه‌ی هر بیمار می‌شود. بنابراین داشتن اطلاعات دقیقی از ماهیچه‌های چشم و عملکرد آنها برای شبیه‌سازی و مدلسازی دقیق‌تر ضروری است هدف از این تحقیق ارائه یک مدل و کمک به دقیق تر شدن جراحی استرابیسم و تحلیل عملکرد ماهیچه‌های چشم می‌باشد.

روش بررسی: مدل ارائه شده یک مدل سه جزئی مرکب از یک فنر و دمپر سری که با یک فنر دیگر موازی شده می‌باشد. پاسخ مدل سه جزئی خطی و مدل سه جزئی غیرخطی بر منحنی‌های خزش بدست آمده از آزمایشات گذشته، منطبق شد و میزان انطباق آنها با هم بدست آمد.

یافته‌ها: پاسخ مدلهای خطی و غیرخطی هر دو با میزان انطباق بسیار بالایی بر منحنی‌های خزش بدست آمده از نتایج آزمایشگاهی منطبق شدند.

نتیجه گیری: انطباق پاسخ مدلهای خطی و غیرخطی برنتایج می‌تواند بیانگر طبیعت خطی بودن ماهیچه‌های افقی چشم یا انجام آزمایشات در محدوده‌ی خطی عملکرد ماهیچه‌های چشم باشد. اما یکی از علل پاسخ غیرخطی ماهیچه‌ها پس از عمل جراحی، مکانیزم پولی کامپلکس می‌باشد که باعث تغییر زاویه‌ی خروج ماهیچه از کره‌ی چشم متناسب با کسینوس آن زاویه خواهد شد.

کلمات کلیدی: مدلسازی خطی و غیر خطی، مدل سه جزئی، استرابیسم

نویسنده مسئول: حامد عامری، hamedamin56@yahoo.com

آدرس: تهران، دانشکده مهندسی پزشکی، واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی تهران

۱- دکترای تخصصی گروه بیومکانیک، دانشکده مهندسی پزشکی، واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی تهران، تهران، ایران

۲- استاد و عضو هیأت علمی گروه مهندسی و فیزیک پزشکی، دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی تهران، تهران، ایران

۳- استاد و عضو هیأت علمی گروه چشم پزشکی، دانشگاه علوم پزشکی تهران، تهران، ایران

مقدمه

در جراحی استرابیسم برای اصلاح انحراف چشم یکی از عمده‌ترین کارهایی که انجام می‌شود، کوتاه کردن طول ماهیچه یا ریزکشن[1] و یا عقبتربردن محل اتصال ماهیچه روی کره چشم یا رسشن[2] می باشد (۱). متأسفانه درصدی از بیماران پس از عمل جراحی استرابیسم دچار اصلاح بیش از حد[3] یا اصلاح کمتر از حد[4] می‌شوند و در نتیجه نیاز به عمل مجدد پیدا می‌کنند. شناخت دقیق خواص ماهیچه- های چشم و عملکرد آنها می‌تواند به بهبود نتایج جراحی‌ها کمک نماید.

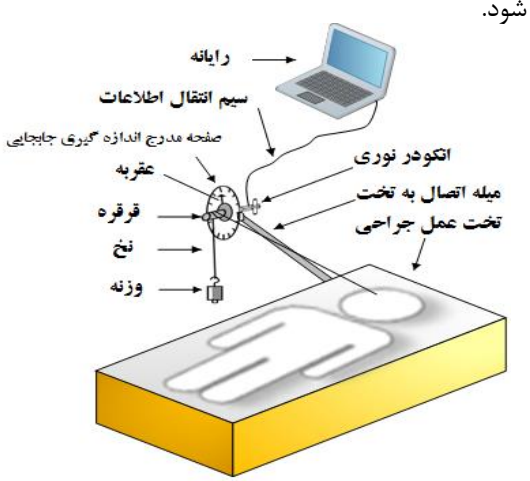
تاکنون مدلهای ریاضی گوناگونی برای مواد ویسکو-الاستیک ارائه شده‌اند و در علوم مهندسی و زیستی در مورد آنها بحث شده است.یکی از اقسام این مدلها، مدلهای چند جزئی است که از اتصال و آرایشهای مختلف فنرها و دمپرها با یکدیگر تشکیل می‌شوند (۲) و معادلات ساختاری آنها در حقیقت ارتباط میان نیرو و جابجایی با یکدیگر را بیان می‌کنند. یکی از انواع این مدلها مدل جامد استاندارد خطی است که از اتصال یک فنر و دمپر سری (مدل ماکسول) که با یک فنر دیگر موازی هستند و یا یک فنر و دمپر موازی (مدل کلوین) که با یک فنر دیگر سری شده‌اند تشکیل می‌شود (شکل۱) که معادلات ساختاری آنها مشابه هم هستند و تنها در ضرائب متفاوتند و قابل تبدیل به یکدیگر نیز می‌باشند. هردوی این مدلها به خاطر سادگی و قابلیت آنها در مدلسازی پدیده‌های ویسکوالاستیک خطی تاکنون به صورت گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند (۳) اما در مدلسازی مواد ویسکوالاستیک غیرخطی مانند اغلب بافتهای زنده، محدودیت دارند. از راههای نزدیک کردن پاسخ مدل به پاسخ غیرخطی، افزایش اجزاء آن (مانند مدلهای زنجیره‌ای کلوین یا ماکسول) و یا استفاده از حل انتگرال‌های هردیتاری در معادلات ساختاری می‌باشد. روشن است که استفاده از این دو روش، توصیف مدل را بویژه از لحاظ فیزیکی پیچیده‌تر خواهد نمود (۴). برخی محققین برای حل این مشکل به جای استفاده از جزء الاستیک خطی از یک جزء الاستیک غیرخطی در مدل استاندارد استفاده نموده‌اند. تا شاید بهتر بتوانند پدیده‌های غیرخطی ویسکوالاستیک را مدلسازی کنند. به عنوان مثال آنها نشان دادند که می‌توان خواص مکانیکی ماهیچه‌های صاف و قلبی را با استفاده از جایگزین کردن یک جزء الاستیک غیرخطی به جای پارامتر سری یا موازی الاستیک خطی مدل کرد (۶-۵). برخی محققین اظهار داشته‌اند که امکان دارد علاوه بر غیرخطی بودن جزء الاستیک، جزء ویسکوز نیز غیرخطی باشد (۷) لذا می‌توان با ترکیب نظر این محققین، همه اجزاء مدل جامد استاندارد را به صورت غیرخطی درنظر گرفت و سپس معادلات ساختاری را برای آنها به دست آورد تا ضمن عدم افزایش اجزای مدل و کمینه کردن پیچیدگی آن، پاسخ مدل نیز به پاسخ غیرخطی ماده ویسکوالاستیک غیرخطی نزدیکتر شود.یکی از بافتهایی که تاکنون مدلهای گوناگونی برای آن ارائه شده است بافت ماهیچه می باشدکه به لحاظ ساختارهای بیولوژیکی موجود در انواع گوناگون ماهیچه‌ها، به مدلهای گوناگونی برای مدلسازی آن نیاز است بنابراین داشتن اطلاعات دقیقی از ماهیچه‌های چشم و عملکرد آنها برای شبیه‌سازی و مدلسازی دقیق‌تر ضروری است هدف از این تحقیق ارائه یک مدل و کمک به دقیق‌تر شدن جراحی استرابیسم و تحلیل عملکرد ماهیچه های چشم می باشد.از میان انواع مختلف ماهیچه‌ها، از نتایج آزمایش خزش ماهیچه‌های افقی چشم انسان که قبلاً توسط محققین (۸) دیگر انجام شده، برای مدلسازی در این تحقیق استفاده شده است.

روش بررسی

همانگونه که در بالا اشاره شد در این بخش با استفاده از نتایج به دست آمده از آزمایشات بالینی که قبلاً بر روی ۷ بیمار انجام شده است مدلسازی‌ها انجام می‌گیرد. در این آزمایشات که بر روی بیماران دچار اگزوتروپی و ازوتروپی انجام گرفت سه وزنه‌ی ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ گرمی به نخی که جراح حین عمل برای جابجا کردن چشم بیمار به سمت لترال یا مدیال در محل ساعت ۶ و ۱۲ قرنیه چشم متصل می‌کند آویزان شد وکره چشم و در نتیجه ماهیچه‌های جانبی آن را تحت کشش قرار داد. جابجایی ماهیچه

[1] Resection
[2] Recession
[3] Over correction
[4] Under correction

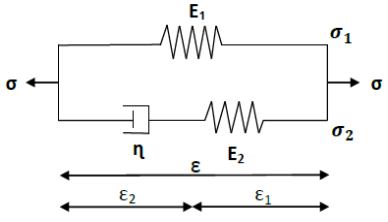
مدیال رکتوس در اثر اعمال وزنه‌هایی با جرمهای مذکور توسط دستگاه مخصوصی اندازه‌گیری شد و منحنی‌های خزش[5] (یعنی جابجایی در اثر یک نیروی ثابت در طول زمان) آن به دست آمد که در این تحقیق نتایج مدلهای خطی و غیر خطی بر این منحنی‌ها منطبق شده و در نتیجه یک مدل مکانیکی از خزش ماهیچه چشم ارائه می‌شود. نمای شماتیک آزمایش مزبور در شکل۱ دیده می شود.



شکل۱: شماتیک آزمایشی که از نتایج آن در این مقاله استفاده شده است.

به دست آوردن فرم کلی معادلات مدل سه جزئی

مدل سه جزئی استاندارد ترکیبی است از یک مدل ماکسول یعنی یک فنر و دمپر سری، که با یک فنر دیگر به صورت موازی قرار گرفته‌اند.در این مدل نیروی فنرها σ تابعی خطی از جابجایی ε می‌باشد و نیروی دمپر نیز تابعی خطی از نرخ جابجایی $\dot{\varepsilon}$ است. در اینجا برای هرکدام از اجزاء مدل سه جزئی یک سری معادلات کلی به صورت تابع ارائه می‌شوند که می‌توان با جایگذاری روابط غیرخطی نیرو و جابجایی و نیرو و نرخ جابجایی در آنها، قید خطی بودن روابط را از بین برد. رابطه کلی میان نیرو و جابجایی به صورت زیر می‌تواند نوشته شود.



شکل۲: مدل سه جزئی استاندارد

(۱) $\sigma_1 = f(\varepsilon) = f_1$

(۲) $\sigma_2 = f(\varepsilon_1) = f_2$

(۳) $\sigma_1 = f(\dot{\varepsilon}_2) = f_1$

روابط زیر بین اجزای مدل سه جزئی برقرار است.

(۴) $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$

(۵) $\sigma_2 = \sigma_1$

(۶) $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

با مشتق‌گیری از روابط ۱ و ۲ نسبت به زمان داریم :

(۷) $\dot{\sigma_1} = \frac{d}{dt}(\sigma_1) = \frac{df_1}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{df_1}{d\varepsilon}\dot{\varepsilon}$

(۸) $\dot{\sigma_2} = \frac{d}{dt}(\sigma_2) = \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon}_1$

سپس با مشتق‌گیری از معادله ۶ نسبت به زمان و جایگذاری در رابطه ۸ خواهیم داشت:

(۹) $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 = \frac{\dot{\sigma_s}}{(\frac{df_1}{d\varepsilon})} + \dot{\varepsilon}_2$

با مرتب کردن معادله ۹ و استفاده از معادله ۶ داریم:

(۱۰) $\frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\sigma_2} + \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon}_2$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان و استفاده از معادله ی ۵ داریم :

(۱۱) $\dot{\sigma} = \dot{\sigma_1} + \dot{\sigma_2}$

از جایگذاری سمت راست معادله ۱۱با معادله ۷ خواهیم داشت :

(۱۲) $\dot{\sigma_2} = \dot{\sigma} - \frac{df_1}{d\varepsilon}\dot{\varepsilon}$

سپس معادله ۱۲ را در معادله ۱۰ جایگذاری کرده پس از مرتب کردن آنها خواهیم داشت :

(۱۳) $\dot{\sigma} = \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon} + \frac{df_1}{d\varepsilon}\dot{\varepsilon} - \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon}_2$

از معادله ی ۶ داریم :

(۱۴) $\dot{\sigma} = \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon} + \frac{df_1}{d\varepsilon}\dot{\varepsilon} - \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon}_2$

(۱۵) $= (\frac{df_2}{d\varepsilon_1} + \frac{df_1}{d\varepsilon})\dot{\varepsilon} - \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon}_2$

(۱۶) $= \frac{df_1}{d\varepsilon}\dot{\varepsilon} + \frac{df_2}{d\varepsilon_1}(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_2)$

در اینجا معادله‌ی کلی حاکم به دست می‌آید و با مرتب-سازی آن می‌توان به شکل دیگری از این معادله رسید.

(۱۷) $\dot{\sigma} = \frac{df_1}{d\varepsilon}\dot{\varepsilon} + \frac{df_2}{d\varepsilon_1}\dot{\varepsilon}_1$

[5] creep

مدل سه جزئی با اجزای خطی

با توجه به اینکه قبلاً شکل کلی معادلات مدل سه جزئی بدست آمد، در این قسمت معادلات مدل سه جزئی می‌توانند با در نظر گرفتن روابط خطی برای هرکدام از اجزاء، به صورت ساده‌تری نوشته شوند. با توجه به شکل۱ داریم:

(۱۸) $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$

(۱۹) $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

برای المانهای سری داریم:

(۲۰) $\sigma_1 = \sigma_\eta$

(۲۱) $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

المانهای الاستیک را با فنر مدلسازی می کنیم

(۲۲) $\sigma = E\varepsilon$

که مشابه قانون هوک مدلسازی انجام می‌شود. المان اتلاف کننده با دمپر شبیه‌سازی می‌شود. رابطه نیرو و نرخ کرنش با رابطه زیر نمایش داده می‌شود.

(۲۳) $\sigma = \eta\dot{\varepsilon}$

که σ نشانگر نیرو، η نشانگر ویسکوزیته ماده و $\dot{\varepsilon}$ نشانگر نرخ کرنش یا جابجایی می باشد.

با مشتقگیری از روابط ۱ و ۴ نسبت به زمان داریم:

(۲۴) $\dot{\sigma} = \dot{\sigma_1} + \dot{\sigma_2}$

(۲۵) $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon_1} + \dot{\varepsilon_2}$

با مرتب کردن معادلات داریم:

(۲۶) $\dot{\sigma_2} = \dot{\sigma} - \dot{\sigma_1}$

با توجه به شکل بالا داریم:

(۲۷) $\sigma_1 = E_1\varepsilon$

با مشتق‌گیری از رابطه ۲۷ نسبت به زمان خواهیم داشت:

(۲۸) $\dot{\sigma_1} = E_1\dot{\varepsilon}$

با توجه به رابطه ۱۹ داریم:

(۲۹) $\sigma_2 = E_2\varepsilon_1 = \eta\dot{\varepsilon_2} = \sigma_\eta$

با جایگذاری رابط۲۹ در رابطه ۲۵ داریم:

(۳۰) $\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_2}{\eta} + \frac{\dot{\sigma_2}}{E_2}$

با جایگذاری روابط ۱۸ و ۲۴ در رابطه ۳۰ و مرتب کردن آنها خواهیم داشت:

(۳۱) $\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma - E_1\varepsilon}{\eta} + \frac{\dot{\sigma} - \dot{\sigma_1}}{E_2}$

(۳۲) $\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma - E_1\varepsilon}{\eta} + \frac{\dot{\sigma} - E_1\dot{\varepsilon}}{E_2}$

(۳۳) $\dot{\varepsilon}\left(1 + \frac{E_1}{E_2}\right) + \frac{E_1}{\eta}\varepsilon = \frac{\dot{\sigma}}{E_2} + \frac{\sigma}{\eta}$

مدل غیرخطی با اجزای نمایی

توابع نمایی برای بیان رابطه نیرو-طول در بافتهای قلبی و معده که به صورت طولی مورد کشش قرار گرفته‌اند مورد استفاده قرار گرفته‌اند (۱۰-۹). به عنوان مثال اگر بافت معده تحت کشش محوری قرار گرفته باشد، یک افزایش نمایی را در قسمت الاستیک خود نشان می‌دهد (۱۱). برای مدلسازی چنین رفتاری، جزء الاستیک سری و موازی مدل سه جزئی بصورت نمایی در نظر گرفته شده است. با توجه به رفتار غیرخطی ماهیچه‌های چشم بخصوص پس از عمل جراحی استرابیسم و با فرض اینکه عموماً بافتها از خود رفتار نمایی نشان می‌دهند و رابطه‌ی میان نیرو و جابجایی و نرخ جابجایی غیرخطی است می‌توان یکی از اشکال ساده‌ی توابع نمایی را برای رفتار هرکدام از اجزاء مدل سه جزئی به کار گرفت که ضرایب آن عضو مجموعه‌ی اعداد حقیقی می باشند یعنی :

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda, \mu \in R$

در این مدل قسمت ویسکوز مدل سه جزئی نیز به صورت نمایی در نظر گرفته می‌شود.

(۳۴) $f_1 = \sigma_1 = \beta[\exp(\alpha\varepsilon) - 1]$

(۳۵) $f_2 = \sigma_2 = \delta[\exp(\gamma\varepsilon_1) - 1]$

(۳۶) $f_\eta = \sigma_\eta = \mu[\exp(\lambda\dot{\varepsilon_2}) - 1]$

اکنون با استفاده از توابع فوق معادلات مدل سه جزیی طی مراحل زیر بدست می‌آیند: با مشتق‌گیری از معادله ۳۴ و استفاده از معادله ۶ داریم:

$\frac{d\sigma_1}{d\dot{\varepsilon}_1} = \frac{df_1}{d\varepsilon} = \alpha\beta\exp(\alpha\varepsilon) = \alpha\beta\exp(\alpha\varepsilon)$ (۳۷)

به همین صورت با مشتق گیری از معادله ۳۵ داریم :

(۳۸) $\frac{d\sigma_2}{d\varepsilon_1} = \frac{df_2}{d\varepsilon_1} = \gamma\delta\exp(\gamma\varepsilon_1)$

از ضرب طرفین معادله ۳۵ در γ و مرتب نمودن آن خواهیم داشت:

(۳۹) $\gamma\delta\exp(\gamma\varepsilon_1) = \gamma(\delta + \sigma_2)$

از جایگذاری معادله ۳۹ در معادله ۳۸، ε_1 حذف می‌شود

(۴۰) $\frac{df_2}{d\varepsilon_1} = \gamma(\delta + \sigma_2)$

از ترکیب معادلات ۴، ۵،۷ و ۳۸ مرتب نمودن آنها خواهیم داشت :

(۴۱) $\frac{df_2}{d\varepsilon_1} = \gamma(\alpha + \sigma - \beta[\exp(\alpha\varepsilon) - 1])$

برای پیدا کردن $\dot{\varepsilon_2}$ باید معکوس f_η از معادله ۳۶ را

بدست آورد:

$$(۴۲)\ \dot{\varepsilon}_2 = f_1^{-1} = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1+\frac{\sigma_1}{\mu}\right)$$

سپس با استفاده از معادلات ۴، ۵ و ۷ و ۳۴ و مرتب‌سازی آنها معادله زیر بدست می‌آید:

$$(۴۳)\ \dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1+\frac{\sigma-\beta\,[\exp(\alpha\varepsilon)-1]}{\mu}\right)$$

با جایگذاری معادلات ۳۷ و ۴۱ و ۴۳ در معادله ۱۷ معادله‌ی غیرخطی برای مدل سه جزئی بدست می‌آید.

$$(۴۴)\ \dot{\sigma} = \alpha\beta\exp(\alpha\varepsilon)\,\dot{\varepsilon} + \gamma(\alpha+\sigma - \beta\,[\exp(\alpha\varepsilon)-1])[\dot{\varepsilon} - \frac{1}{\lambda}\ln(1+\frac{\sigma-\beta\,[\exp(\alpha\varepsilon)-1]}{\mu})]$$

مدلسازی خطی

هرچند در نگاه نخست ممکن است تصور شود به لحاظ اینکه غالباً بافتها از خود رفتار غیرخطی نشان می‌دهند، پس باید سراغ مدلهای غیرخطی رفت اما بهتر است برای جلوگیری از پیچیده شدن مدل و بررسی اینکه آیا مدل خطی بر بافت مورد آزمایش در این پروژه انطباق دارد یا خیر، ابتدا مدل سه جزیی خطی بررسی شود. بدین منظور منحنی‌های خزش بدست آمده از آزمایشها بررسی شدند. برای هر ماهیچه‌ی مدیال چشم هر بیمار سه منحنی خزش با وزنه‌های۱۰، ۱۵ و ۲۰ گرم بدست آمده است (۸) که باید با خروجی مدل خطی که با سیمولینک نرم‌افزار متلب ایجاد شده است انطباق داشته باشد. برای بررسی میزان انطباق از معیار Rsquared در نرم‌افزار متلب استفاده شده است که عدد آن هرچه به ۱ نزدیکتر باشد نشانگر انطباق بیشتر است. شکل۱ یک مدل سه جزئی برای بیان رفتار ماهیچه را نشان می‌دهد که متشکل از یک مدل ماکسول و یک فنر است که با هم موازی شده‌اند.

بررسی انطباق مدل خطی با نتایج، توسط نرم‌افزار متلب

در این قسمت با استفاده از نرم افزار متلب مدل سه جزئی خطی ایجاد شد و با نوشتن M-file مربوطه و استفاده از ابزار Optimization متلب و انتخاب الگوریتم Fminsearch تابع هدفی تعریف شد که نرم‌افزار باید آن را کمینه می‌کرد که در نتیجه‌ی آن، معیار Rsquare باید به مقدار بیشینه‌ی خود که همان۱ می‌باشد می‌رسید.

مدلسازی غیر خطی با نرم افزار متلب

در این قسمت با استفاده از نرم افزار متلب مدل سه جزئی غیرخطی با پارامترهای نمایی ایجاد شد و با نوشتن M-file مربوطه و استفاده از ابزار optimization متلب و انتخاب الگوریتم fminsearch همانند مدل خطی تابع هدفی تعریف شد که نرم افزار باید آن را کمینه می‌کرد و در نتیجه Rsquare را به مقدار ۱ نزدیک می کرد.برای شروع، نرم افزار نیاز به ۶ نقطه‌ی شروع دارد که می تواند بصورت دلخواه انتخاب گردد. نرم‌افزار با تنظیم نقاط α وμوλوδوγوβ و انطباق آن بر نتایج آزمایشگاهی مقادیر ضرایب متناظر با نتایج را به دست می‌دهد.

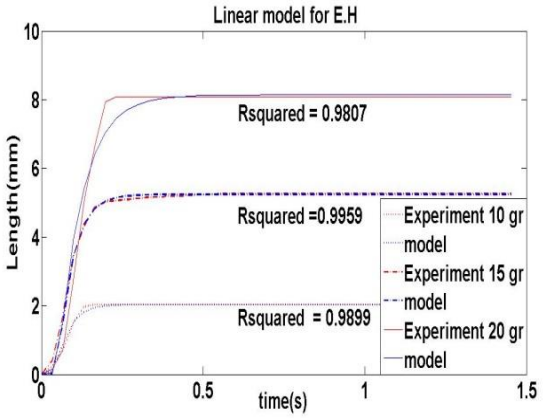
یافته‌ها

میزان انطباق خروجی مدلهای خطی و غیرخطی بر منحنی‌های خزش بدست آمده از آزمایشات با سه وزنه‌ی ۱۰، ۱۵ و ۲۰ گرمی، برای دو بیمار به عنوان نمونه در شکلهای (۵-۲) نشان داده شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود انطباق بسیار بالایی بین نتایج آزمایشگاهی و مدلهای خطی و غیرخطی پیشنهادی وجود دارد. در جداول (۲-۱) به ترتیب، ضرایب مدل خطی و ضرایب مدل غیرخطی برای این دو بیمار نشان داده شده‌اند. در جدول۳ میزان انطباق مدلهای خطی و غیرخطی با نتایج آزمایشگاهی برای وزنه‌های مختلف برای ۷ بیمار مشاهده می شود.

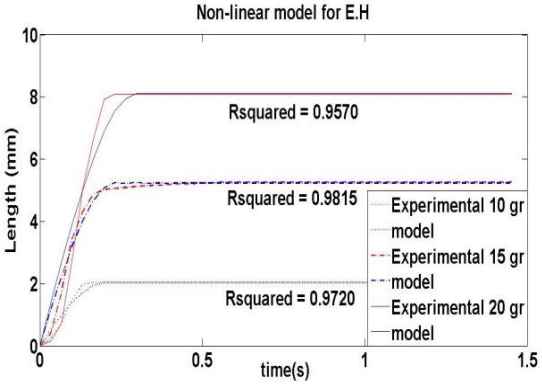
بحث و نتیجه گیری

در این مطالعه یک مدل خطی و غیرخطی از از مدیال رکتوس ایجاد شد.که با این مدل می‌توان پدیده خزش ماهیچه‌های افقی چشم را از نظر کمی مورد بررسی قرار داد. این روش به عنوان گام نخست در کمی کردن خواص مکانیکی ماهیچه‌های چشم می‌تواند به پزشکان در جراحی استرابیسم کمک کند.

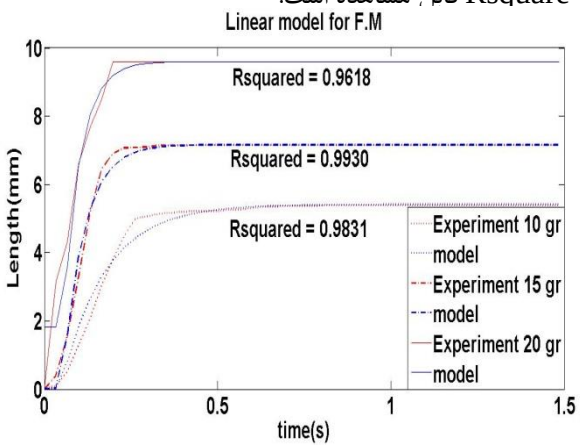
آنگونه که منحنی‌های خزش بدست آمده از آزمایشات، نشان می‌دهند، رفتار خزش ماهیچه‌ی چشم از یک تابع غیرخطی پیروی می‌کند. همچنین مشاهد شد هیچ الگوی مشخصی میان نمودارهای خزش ماهیچه‌های چشم بیماران با یکدیگر وجود ندارد. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که خواص مکانیکی ماهیچه‌ی چشم یک فرد تنها مختص به خود اوست و با افراد دیگر تفاوت دارد.



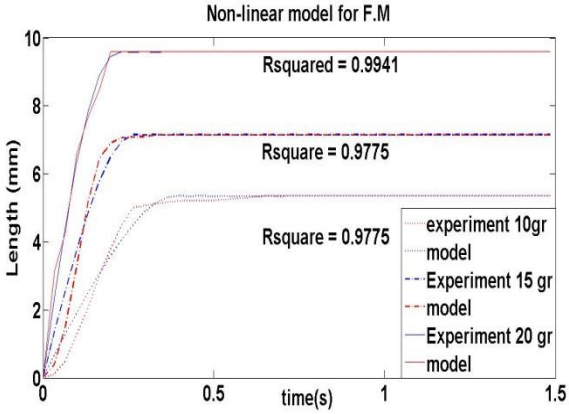
شکل۳: مدلسازی خطی برای بیمار E.H با استفاده از توابع خطی برای اجزاء مدل سه جزئی. پاسخ خزش مدل سه جزئی بر نتایج آزمایشات روی ماهیچه مدیال رکتوس که با وزنه‌های ۱۰ و ۱۵ و ۲۰گرمی بارگذاری شده اند.منطبق شده است و میزان انطباق مدل با نتایج آزمایش با معیار Rsquare قابل مشاهده است.



شکل۴: مدلسازی غیرخطی برای بیمار E.H با استفاده از توابع نمایی برای اجزاء مدل سه جزئی. پاسخ خزش مدل سه جزئی بر نتایج آزمایشات روی ماهیچه مدیال رکتوس که با وزنه های ۱۰ و ۱۵ و ۲۰گرمی بارگذاری شده اند.منطبق شده است و میزان انطباق مدل با نتایج آزمایش با معیار Rsquare قابل مشاهده است.



شکل۵: مدلسازی خطی برای بیمار F.M با استفاده از توابع خطی برای اجزاء مدل سه جزئی. پاسخ خزش مدل سه جزئی بر نتایج آزمایشات روی ماهیچه مدیال رکتوس که با وزنه‌های ۱۰ و ۱۵ و ۲۰گرمی بارگذاری شده اند.منطبق شده است و میزان انطباق مدل با نتایج آزمایش با معیار Rsquare قابل مشاهده است.



شکل۶: مدلسازی غیرخطی برای بیمار F.M با استفاده از توابع نمایی برای اجزاء مدل سه جزئی. پاسخ خزش مدل سه جزئی بر نتایج آزمایشات روی ماهیچه مدیال رکتوس که با وزنه های ۱۰ و ۱۵ و ۲۰گرمی بارگذاری شده اند.منطبق شده است و میزان انطباق مدل با نتایج آزمایش با معیار Rsquare قابل مشاهده است.

تطابق هر دو مدل خطی و غیرخطی بر داده‌های آزمایشگاهی می‌تواند بیانگر دو نکته باشد یکی خطی بودن طبیعت ماهیچه‌ی چشم و دوم اینکه آزمایشات در محدوده‌ی عملکرد خطی ماهیچه انجام شده است. مقایسه با نتایج تحقیقات دیگران نشان می‌دهد با توجه به اینکه بافت ماهیچه چشم از نوع بافت همبند می‌باشد، دیدن رفتار خطی در آن زیاد دور از انتظار نبوده است (۱۲). از طرفی پاسخهای مدل خطی و غیرخطی نیز با انطباق بالایی بر نمودارهای خزش بدست آمده از آزمایش منطبق شدند اما در عمل، پاسخ بیماران به رسشن یا ریزکشن در عمل جراحی استرابیسم پاسخی خطی نیست و سؤال اساسی این است که با توجه به خطی عمل کردن ماهیچه ها در محدوده مورد آزمایش، چرا عملکرد ماهیچه پس از عمل به صورت خطی قابل پیش‌بینی نیست و اصولاً چه مکانیزم یا مکانیزم‌هایی مسئول به وجود آمدن این پدیده می‌باشند و چگونه می‌توان مکانیزمی برای پیش‌بینی بهتر

جدول۱: ضرایب مدل خطی برای دو بیمار مختلف

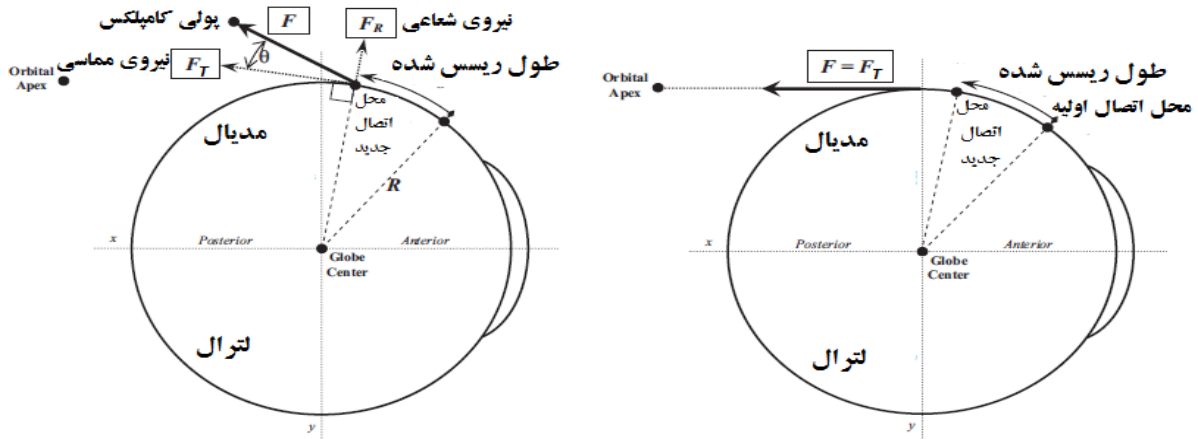
نام بیمار	وزنه(گرم)	ضرایب مدل			
		ضریب‌فنر E_1	ضریب فنر E_2	ضریب دمپر η	Rsquared
E.H	۱۰	۰/۰۴۹۲۵	۱/۳۳۱۳۷۴	۰/۰۰۲۲۰	۰/۹۸۹۹
	۱۵	۰/۰۱۹۰۸۲	۵/۴۴۴۲۵	۰/۰۰۱۰۲	۰/۹۹۵۹
	۲۰	۰/۰۱۲۲۸	۵/۱۱۷۰۵	۰/۰۰۱۰۹	۰/۹۸۰۷
F.M	۱۰	۰/۰۱۸۴۹۴	۲۰/۲۶۱۰۴	۰/۰۰۲۸۳	۰/۹۸۳۱
	۱۵	۰/۰۱۳۹۴۴	۴/۶۳۸۹۷	۰/۰۰۱۰۲	۰/۹۹۳۰
	۲۰	۰/۰۱۰۴۱۵	۰/۰۴۴۴۶	۰/۰۰۰۴۹	۰/۹۶۱۸

جدول۲: ضرایب مدل غیرخطی برای دو بیمار مختلف

نام بیمار	وزنه(گرم)	ضرایب مدل						Rsquared
		δ	λ	β	α	μ	γ	
E.H	۱۰	۲۷/۹۱۸	۰/۲۱۸	۲/۳۱۵	۰/۰۲۱	۰/۰۰۳	۲۱۹/۳	۰/۹۷۲۰
	۱۵	۹۸/۱۵۷۳	۰/۱۰۱۵	۲/۶۵۴۸	۰/۰۰۷۰	۰/۰۰۲۵	۱۲۲/۹۲۷۵۴	۰/۹۸۱۵
	۲۰	۶۵/۹۹۲	۰/۰۱۹۰۵	۲/۰۲۳۴	۰/۰۰۵۹	۰/۰۰۲۰	۸۴/۱۱۵۴	۰/۹۵۷۰
F.M	۱۰	۶۲/۳۲۶	۰/۲۲۱	۲/۲۶۳	۰/۰۰۸۰۸	۰/۰۰۱۱	۴۵۵/۳۲۷	۰/۹۷۸۰
	۱۵	۶۲/۱۰۱	۰/۰۹۳۵۹	۲/۳۲۸	۰/۰۰۵۸۸	۰/۰۰۲۰	۶۳/۵۷۷	۰/۹۷۷۵
	۲۰	۸۳/۲۰۸۲	۰/۰۴۳۵۲	۳/۳۶۰	۰/۰۰۳۰۵۷	۰/۰۰۴۰	۱۲۵/۶۰۶	۰/۹۹۴۱

جدول۳: مقایسه میزان انطباق مدل خطی وغیرخطی بر نتایج آزمایشات، با وزنه‌های مختلف

شماره	نوع مدل	مدل خطی			مدل غیرخطی		
	وزنه (گرم)	۱۰	۱۵	۲۰	۱۰	۱۵	۲۰
	نام بیمار	Rsquared			Rsquared		
۱	A.E	۰/۹۹۵۷	۰/۹۹۳۳	۰/۹۶۱۷	۰/۹۸۶۹	۰/۹۸۷۳	۰/۹۸۸۹
۲	B.N	۰/۹۹۶۵	۰/۹۹۵۹	۰/۹۷۳۵	۰/۹۹۳۶	۰/۹۹۱۶	۰/۹۵۵۱
۳	E.H	۰/۹۸۹۹	۰/۹۹۵۹	۰/۹۸۰۷	۰/۹۷۲۰	۰/۹۸۱۵	۰/۹۵۷۰
۴	S.A	۰/۹۸۵۸	۰/۹۸۰۴	۰/۹۹۵۰	۰/۹۸۵۷	۰/۹۹۴۶	۰/۹۸۵۷
۵	F.M	۰/۹۸۳۱	۰/۹۹۳۰	۰/۹۶۱۸	۰/۹۷۸۰	۰/۹۷۷۵	۰/۹۹۴۱
۶	A.P	۰/۹۹۱۳	۰/۸۸۱۴	۰/۸۳۲۴	۰/۹۹۷۲	۰/۹۹۹۵	۰/۹۹۹۷
۷	Kh.S	۰/۹۹۳۲	۰/۹۸۵۳	۰/۹۶۰۸	۰/۹۷۱۴	۰/۹۶۱۸	۰/۹۴۲۶



شکل۷: بردارهای نیرو و گشتاور وارد بر کره چشم بدون در نظر گرفتن مکانیزم پولی کامپلکس (سمت راست) و با در نظر گرفتن مکانیزم پولی کامپلکس (سمت چپ)

رفتار ماهیچه و در نتیجه پیش‌بینی دقیق‌تر رفتار ماهیچه پس از عمل جراحی ارائه داد.

تا چندی پیش تصور می شد جهت نیروی وارد بر کره چشم از طرف ماهیچه‌های افقی، مماس بر کره چشم یعنی $\theta=0^{\circ}$ است اما مطالعاتی که با استفاده از تصویر برداری MRI انجام شد نشان داد که ماهیچه‌های افقی از توده ای از بافت همبند و ماهیچه‌های صاف عبور می‌کنند که تحت عنوان پولی یا پولی کامپلکس شناخته می‌شوند (۱۳). بنابراین زاویه خروج ماهیچه از چشم متغیر می‌باشد. (شکل۲). پس از عمل جراحی استرابیسم این زاویه دوباره تغییر خواهد کرد و نتیجه‌ی این تغییر زاویه، تغییرنیروی گشتاور ماهیچه از $RF\cos 0$ به $RF\cos\theta$ می باشد لذا یکی از علل پاسخ غیرخطی ماهیچه پس از عمل جراحی، وجود این تغییر گشتاور است که با $\cos\theta$ نسبت مستقیم دارد که خود تابعی غیر خطی می‌باشد. از محدودیت‌های این مطالعه عدم امکان تصویربرداری MRI برای دیدن تغییرات زاویه ماهیچه‌ی چشم و عدم امکان بررسی مجدد بیماران بود اما نهایتاً این مطالعه نشانگر اثر مجموعه‌ای از عوامل مکانیکی و فیزیولوژیکی در عملکرد ماهیچه چشم می باشد که عملکرد صرفاً خطی ماهیچه را تبدیل به عملکردی غیرخطی می‌کنند و تنها عملکرد خود ماهیچه قابل مدلسازی با مدلهای خطی و غیرخطی که به آنها اشاره شد می‌باشد.

سپاسگزاری

بدینوسیله مراتب قدردانی و سپاس نویسنده از آقای دکتر ابراهیم روغنی زاد، خانم دکتر هدی عامری، آقای مهندس حسن حنیفه، خانم دکتر سیده زهرا حسینی نژاد، آقای مهندس فردین قویدل، آقای مهندس نوید رسالت، آقای دکتر خواجه حسینی و آقای مهندس سیدحمیدرضا کسایی زادگان که در مراحل مختلف انجام این پروژه، اینجانب را یاری نمودند و متحمل زحمات زیادی شدند، اعلام می‌گردد.

منابع

1. Eugene M. Helveston: Surgical management of strabismus 5th edition Wayenborgh Publishing; 2005: 143-44.

2. W. Flügge, Viscoelasticity, Blaisdell, United States of America; 1967.

3. K. Nagayama, S. Yanagihara, T. Matsumoto, A novel micro tensile tester with feed-back control for viscoelastic analysis of single isolated smooth muscle cells, Medical Engineering and Physics 2007; 29 (Issue 5): 620-628.

4. J. Argyris, I. Stdoltsinis, V.D. Dasilva. Constitutive modeling and computation of nonlinear viscoelastic solids 1 rheological models and numerical integration techniques, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 1991; 88 (2): 135-163.

5. F. Yin, Y.C. Fung, Mechanical properties of isolated mammalian ureteral segments, American Journal of Physiology 1971; 5(221): 1484-1493.

6. E.H. Sonnenblick, Series elastic and contractile elements in heart muscle: changes in muscle length, American Journal of Physiology 1964; 207 (6): 1330-1338.

7. B. Fabry, G.N. Maksym, J.P. Butler, M. Glogauer, D. Navajas, J.J. Fredberg. Scaling the microrheology of living cells, Physical Review Letters 2001; 87(14): (148102).

8. H. Ameri, A. Esteki. Analysis and modeling of viscoelastic properties of eye muscles in strabismus; thesis 2015.

9. J. Zhao, D. Liao, P. Chen, P. Kunwald, H. Gregersen, Stomach stress and strain depend on locatiion, direction and layered structure, Journal of Biomechanics 2008; 41(16): 3441-3447.

10. Y.C. Fung, Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues, Springer, New York, 1993.

11. J. Zhao, D. Liao, H. Gregersen, Tension and stress in the rat and rabbit stomach are location-and direction-dependent, Neurogastroenterology & Motility 2005; 17(3): 388-398.

12. McMahon ThA: Muscles, Reflexes and Locomotion. Princeton, New Jersey, Princeton University Press 1984; (8): 8-9.

13. Demer, JL, Miller, JM, Poukens, V, Vinters, HV, Glasgow, BJ. Evidence for fibromuscular pulleys of the recti extraocular muscles. Invest Ophthalmol Vis Sci 1995; 36(6): 1125-36.